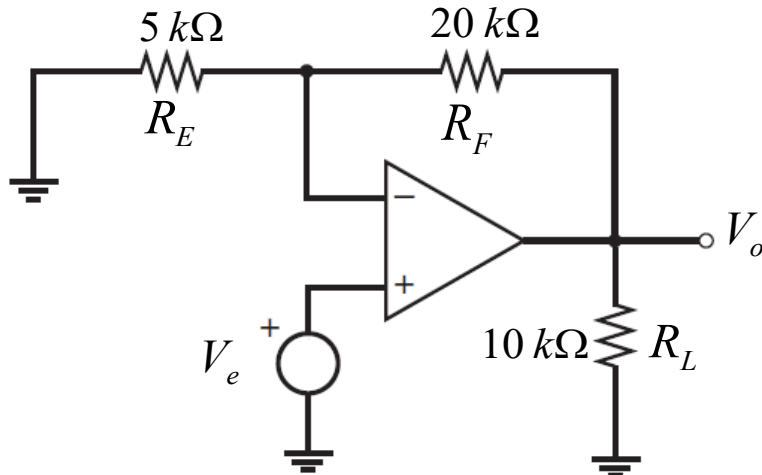
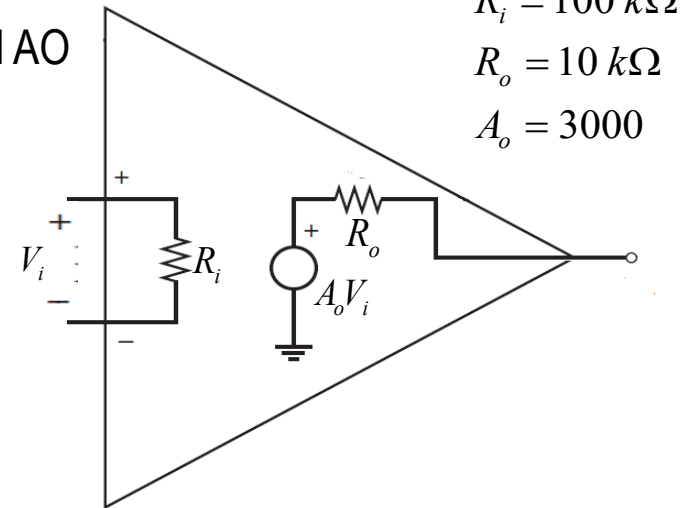


Topología serie-paralelo (transtensión)



Modelo del AO

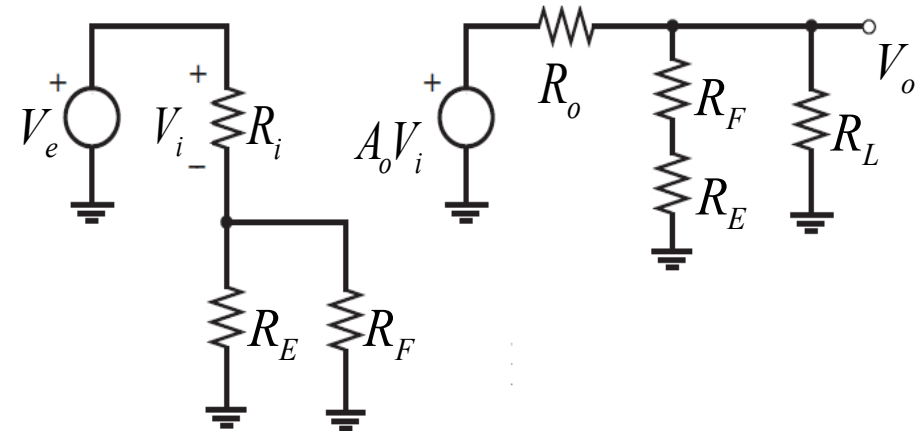
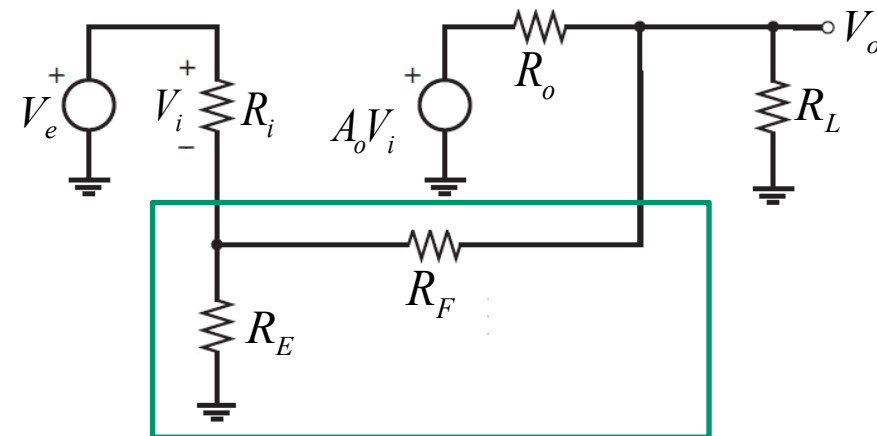


$$R_i = 100\text{ k}\Omega$$

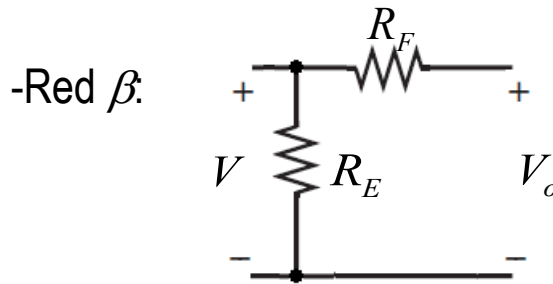
$$R_o = 10\text{ k}\Omega$$

$$A_o = 3000$$

Efecto de la carga
en entrada y salida



$$A_V = \frac{V_o}{V_e} = \frac{A_o V_i \frac{(R_E + R_F) // R_L}{(R_E + R_F) // R_L + R_o}}{V_i \frac{R_i + R_E // R_F}{R_i}} = \frac{R_i}{R_i + R_E // R_F} A_o \frac{(R_E + R_F) // R_L}{(R_E + R_F) // R_L + R_o} = 1202 V / V$$



$$\beta_V = \frac{V}{V_o} = \frac{R_E}{R_E + R_F} = 0,2 V / V$$

- Ganancia del circuito realimentado:

$$G_V = \frac{A_V}{1 + A_V \beta_V} \approx \frac{1}{\beta_V} = \frac{R_E + R_F}{R_E} = 5 V / V \quad \text{ya que } A_V \beta_V = 240.4 \gg 1$$

- Impedancias:

$$Z_{iSR} = R_i + R_E // R_F = 104 k\Omega$$

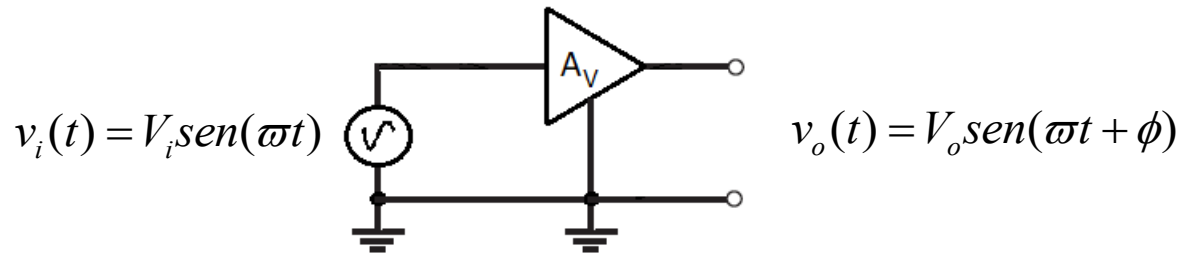
$$Z_{iCR} = Z_{iSR} (1 + A_V \beta_V) = 25,1 M\Omega$$

$$Z_{oSR} = (R_E + R_F) // R_L // R_o = 4,15 k\Omega$$

$$Z_{oCR} = \frac{Z_{oSR}}{1 + A_V \beta_V} = 17,2 \Omega$$

1. Introducción. Aspectos básicos
2. Propiedades de la realimentación negativa
3. Estudio de las diferentes topologías. Análisis exacto
4. Análisis por el método aproximado
- 5. Respuesta en frecuencia de circuitos**
6. Estabilidad de circuitos realimentados

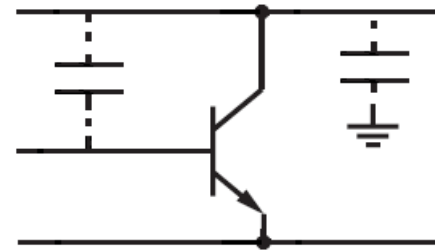
En general, si un amplificador se alimenta con una señal sinusoidal, la salida es una señal sinusoidal de la misma frecuencia y cuya amplitud y desviación de fase dependen de la frecuencia



Rango de frecuencias

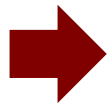
- Hay generalmente un rango de frecuencias en los que la ganancia es aproximadamente constante e independiente de la frecuencia: **frecuencias medias**.
- A **bajas frecuencias** la ganancia del amplificador decrece debido a los condensadores de desacoplo (si existen).
- A **altas frecuencias** la ganancia decrece debido a las capacidades internas de los transistores y a las capacidades parásitas que aparecen en todo montaje físico.

- Las **capacidades internas** de los transistores son condensadores que se incluyen en sus modelos de circuito a alta frecuencia para tener en cuenta los efectos de acumulación de carga, y que provocan que la respuesta a una excitación de entrada no sea instantánea.



- También en los circuitos reales aparecen **inductancias** de forma distribuida y parásita, pero sus efectos son por lo general apreciables a frecuencias muy superiores a los debidos a los condensadores del circuito.

La respuesta en frecuencia puede hallarse de manera exacta teniendo en cuenta los **elementos reactivos** (inductores y condensadores, normalmente estos últimos si se trata de circuitos integrados) y aplicando las leyes de Kirchoff.

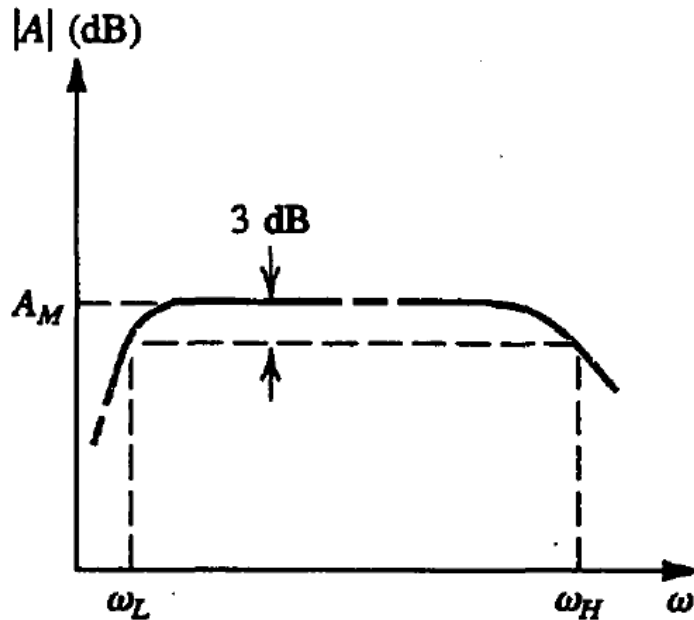


Esta técnica general no nos aporta información de cuáles son los elementos que limitan la respuesta en frecuencia.



Emplearemos técnicas aproximadas pero simples

Amplificador acoplado mediante condensadores

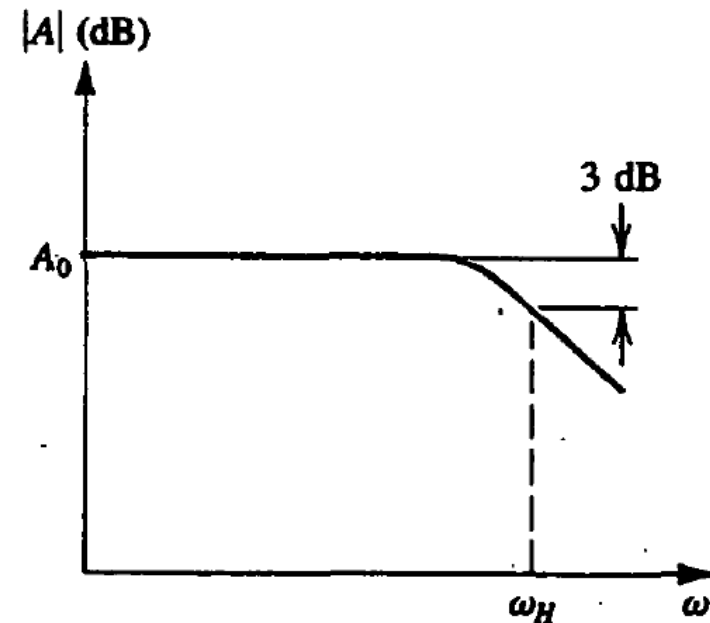


ω_L : Frecuencia de corte inferior

ω_H : Frecuencia de corte superior

$$A(\omega_L) = A(\omega_H) = \frac{A_M}{\sqrt{2}}$$

Amplificador con acoplo directo



Ancho de banda: $BW = \omega_H - \omega_L \approx \omega_H$

Función de transferencia

La **ganancia** de un amplificador en función de la frecuencia compleja s (función de transferencia) se puede expresar:

$$A(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_o}{s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_o}$$

Polos: Raíces del denominador

Ceros: Raíces del numerador

Para una **excitación senoidal** de frecuencia física ω la respuesta en frecuencia se obtiene haciendo $s=j\omega$.

Factorizando, podemos escribir (suponiendo un cero en el origen):

$$A(j\omega) = k \frac{j\omega \left(\frac{j\omega}{\omega_{z2}} + 1 \right) \left(\frac{j\omega}{\omega_{z3}} + 1 \right) \dots \left(\frac{j\omega}{\omega_{zm}} + 1 \right)}{\left(\frac{j\omega}{\omega_{p1}} + 1 \right) \left(\frac{j\omega}{\omega_{p2}} + 1 \right) \dots \left(\frac{j\omega}{\omega_{pn}} + 1 \right)}$$

La magnitud en dB y la fase serán:

$$|A(j\omega)| (dB) = 20 \log |k| + 20 \log |\omega| + 20 \log \left| \frac{j\omega}{\omega_{z2}} + 1 \right| + \dots + 20 \log \left| \frac{j\omega}{\omega_{zm}} + 1 \right| - 20 \log \left| \frac{j\omega}{\omega_{p1}} + 1 \right| - \dots - 20 \log \left| \frac{j\omega}{\omega_{pn}} + 1 \right|$$

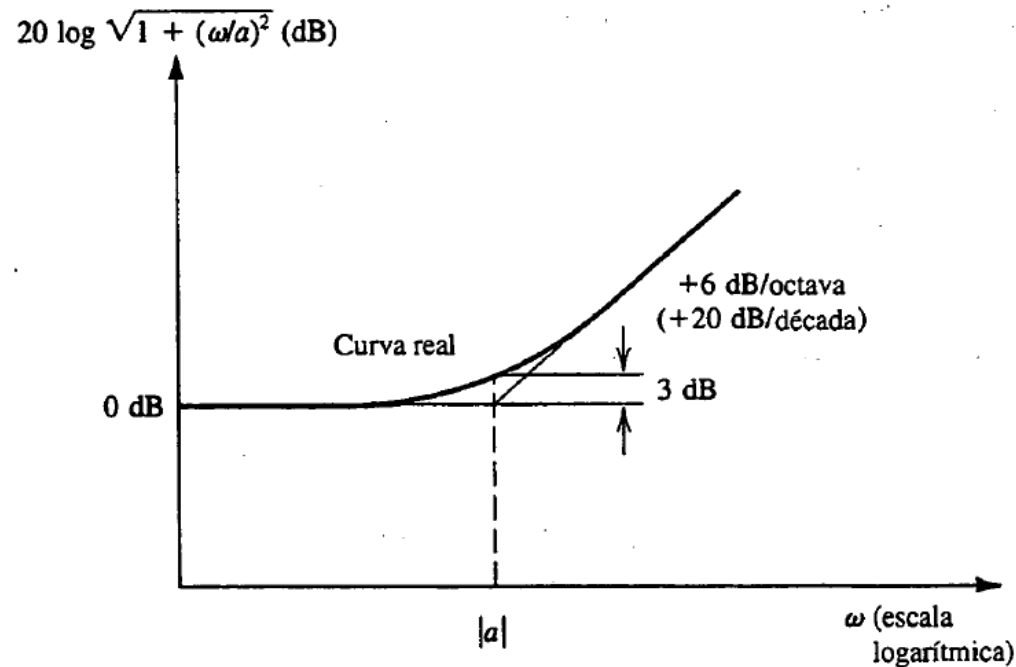
$$\angle A(j\omega) = \arctan \infty + \arctan \frac{\omega}{\omega_{z2}} + \dots + \arctan \frac{\omega}{\omega_{zm}} - \left(\arctan \frac{\omega}{\omega_{p1}} + \dots + \arctan \frac{\omega}{\omega_{pn}} \right)$$

Diagramas de Bode

Los diagramas de Bode nos dan una estimación gráfica rápida y sencilla de la función de transferencia mediante **aproximaciones asintóticas**. Muy útil cuando los polos y ceros son números reales.

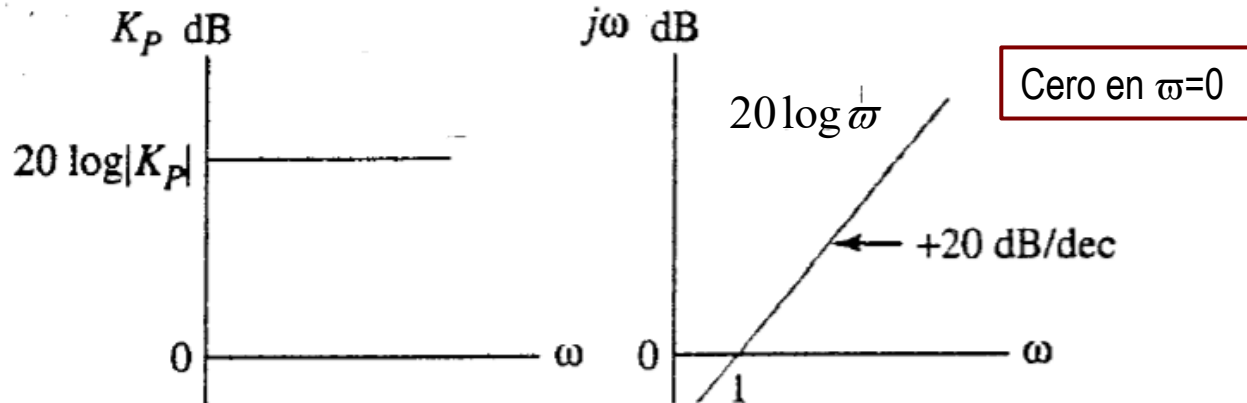
La respuesta en magnitud se obtiene sumando términos de esta forma:

Magnitud de un cero en $-a$



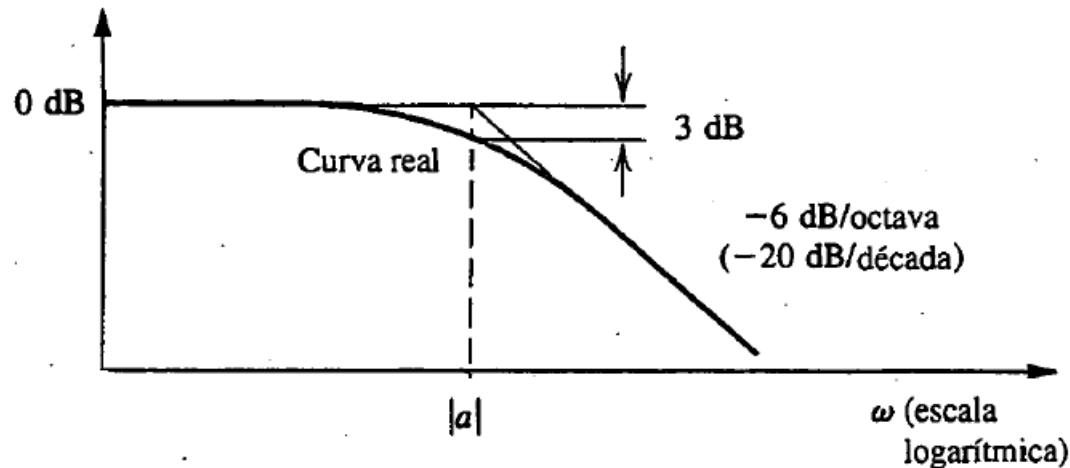
Diagramas de Bode

Constante

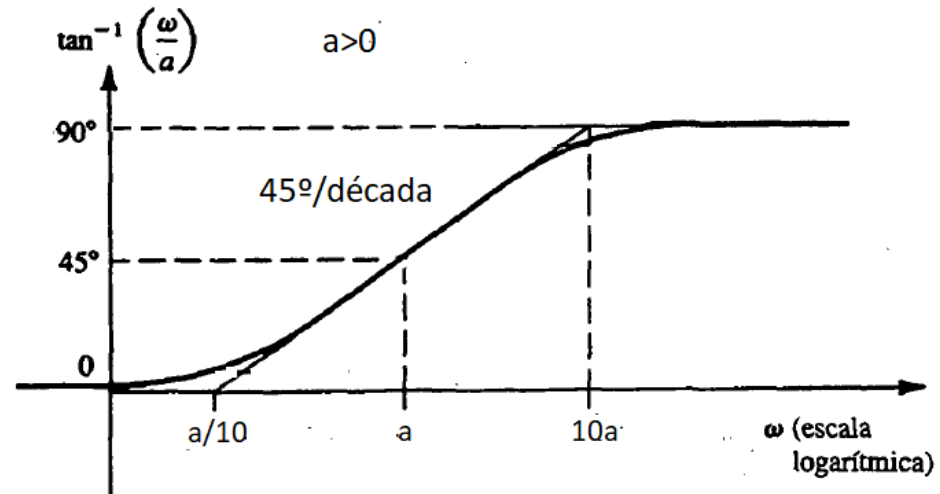


$-20 \log \sqrt{1 + (\omega/a)^2}$ (dB)

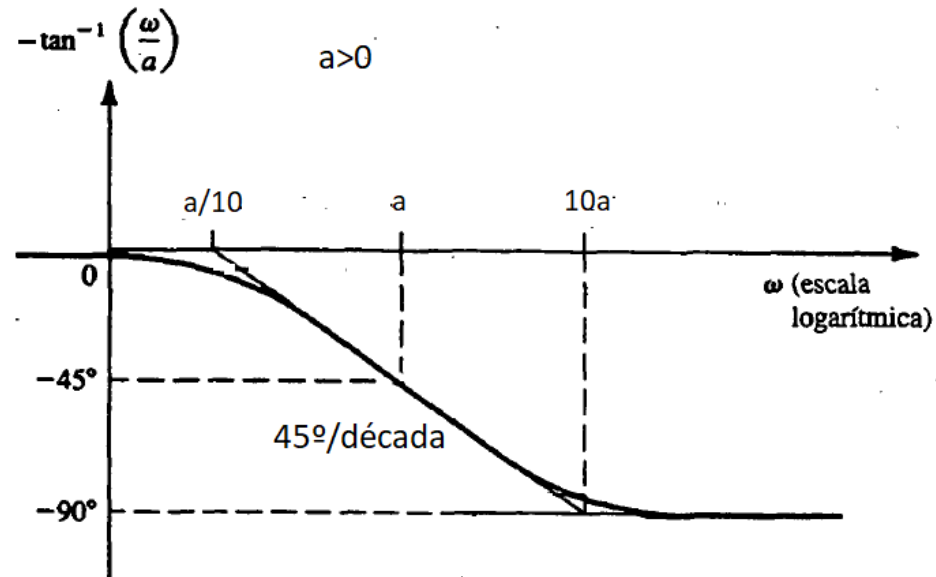
Magnitud de un polo en $-a$



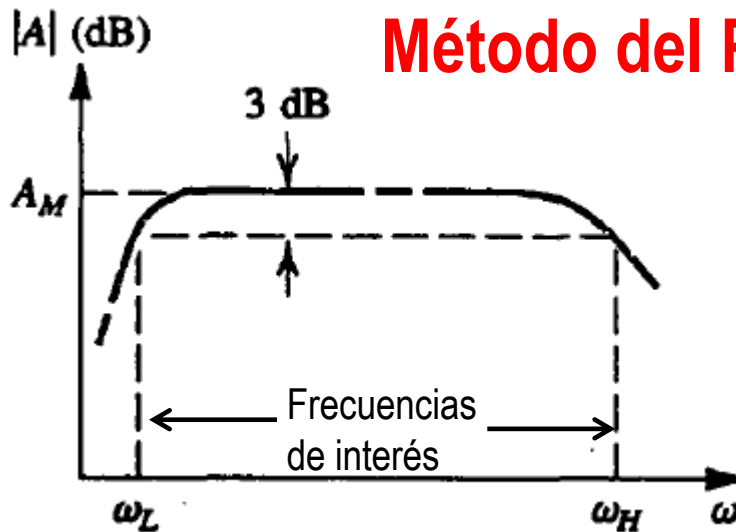
Desfase de un cero en $-a$



Desfase de un polo en $-a$



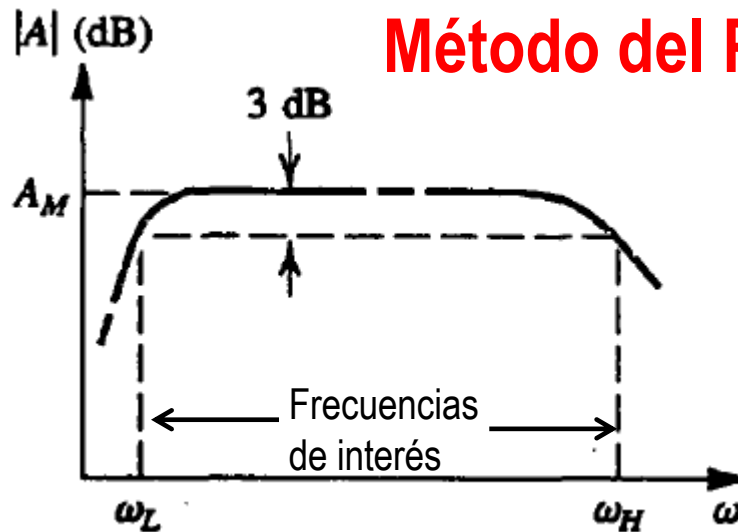
Método del Polo dominante



El margen de frecuencias de interés (frecuencias medias) viene determinado por la situación de los polos, que imponen las frecuencias de corte inferior y superior

- En **baja frecuencia**, si un polo ω_{p1} es mucho mayor (al menos dos octavas, es decir, un factor de 4) que el resto de polos de baja frecuencia $\Rightarrow \omega_L \approx \omega_{p1}$
- En **alta frecuencia**, si un polo ω_{p2} es mucho menor (al menos dos octavas) que el resto de polos de alta frecuencia $\Rightarrow \omega_H \approx \omega_{p2}$

Método del Polo dominante



- En baja frecuencia, si un polo ω_{p1} es mucho mayor (al menos dos octavas, es decir, un factor de 4) que el resto de polos de baja frecuencia $\Rightarrow \omega_L \approx \omega_{p1}$
- En alta frecuencia, si un polo ω_{p2} es mucho menor (al menos dos octavas) que el resto de polos de alta frecuencia $\Rightarrow \omega_H \approx \omega_{p2}$

Las **frecuencias de corte superior e inferior** de los amplificadores suelen estar introducidas por **condensadores**, y la frecuencia de los polos introducidos (si están aislados) puede calcularse como:

$$\omega_p = \frac{1}{RC}$$

C: Capacidad del condensador

R: Resistencia “vista” por el condensador cuando el resto de condensadores de baja frecuencia están en cortocircuito, y los de alta frecuencia están en circuito abierto, y se eliminan también las fuentes independientes.

Método de las constantes de tiempo

- La **frecuencia de corte inferior** puede estimarse mediante la aproximación;

$$\omega_L \approx \sum_{i=1}^{n_L} \frac{1}{R_i C_i}$$

C_i : Capacidad del condensador i (el resto de condensadores son cortocircuitos)

R_i : Resistencia “vista” por el condensador i de baja frecuencia

n_L : Número de condensadores de baja frecuencia

$$\omega_L \approx \omega_{p1} + \omega_{p2} + \dots + \omega_{pn_L}$$

- La **frecuencia de corte superior** puede estimarse mediante la aproximación:

$$\omega_H \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_H} R_i C_i}$$

C_i : Capacidad del condensador i (el resto de condensadores son abiertos)

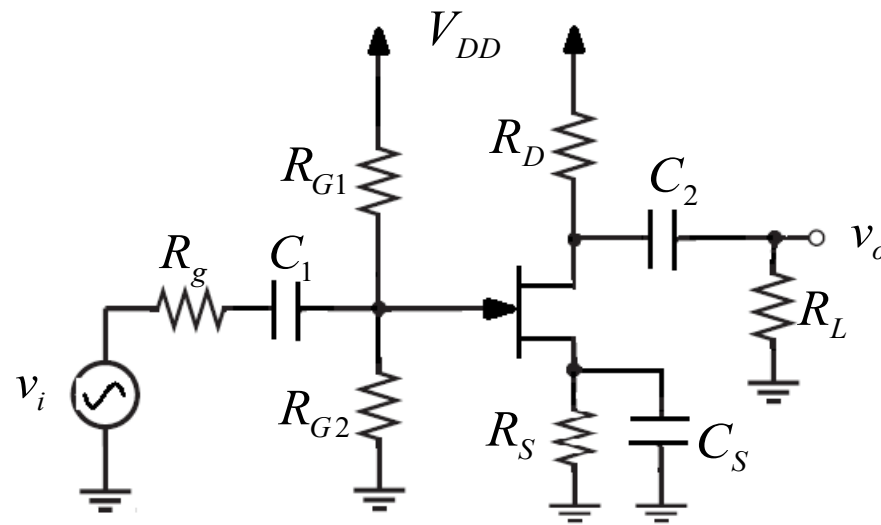
R_i : Resistencia “vista” por el condensador i de alta frecuencia

n_H : Número de condensadores de alta frecuencia

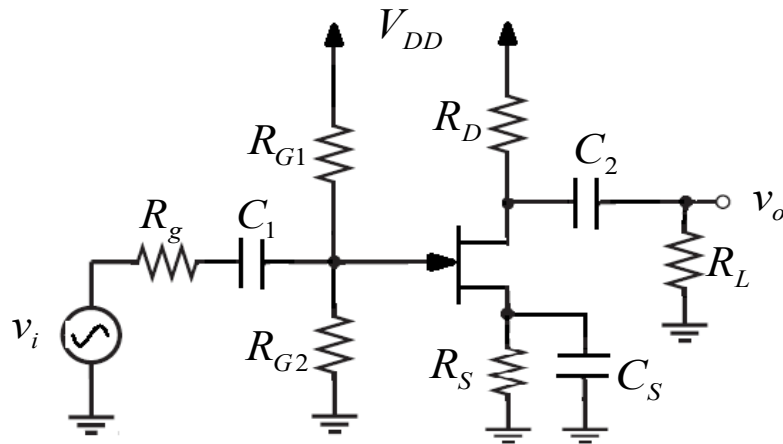
$$\omega_H \approx \frac{1}{1/\omega_{p1} + 1/\omega_{p2} + \dots + 1/\omega_{pn_H}}$$

Este método da resultados aceptables incluso si hay dos polos cerca de la frecuencia de corte e incluso si los polos interaccionan (alguna frecuencia de polo del circuito es función de dos o más condensadores)

Ejemplo del método constantes de tiempo

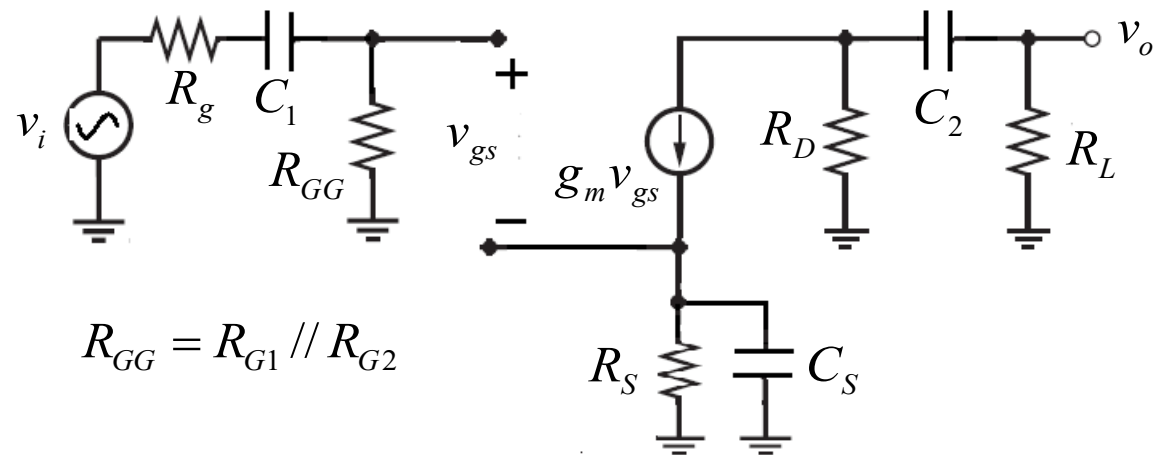


1. Respuesta en baja frecuencia



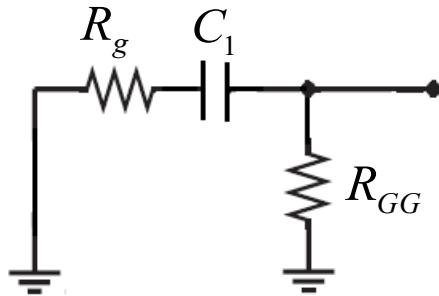
En baja frecuencia los **condensadores de desacoplo** limitan la ganancia ya que, en la práctica, su capacidad no es infinita.

En pequeña señal:



La función de transferencia puede calcularse directamente del circuito pero es un **método laborioso**. Una manera **aproximada** pero más simple consiste en calcular los ceros y polos que introduce cada condensador considerando que éstos no interactúan entre sí (método constantes de tiempo).

- **Condensador C_1**
(el resto de condensadores son cortocircuitos)



Por inspección, la resistencia que ve C_1 es: $R_{C_1} = R_g + R_{GG}$

$$\Rightarrow \omega_{p1} = \frac{1}{(R_g + R_{GG})C_1}$$

En $\omega=0$ hay un cero, pues para eso se ha puesto el condensador:

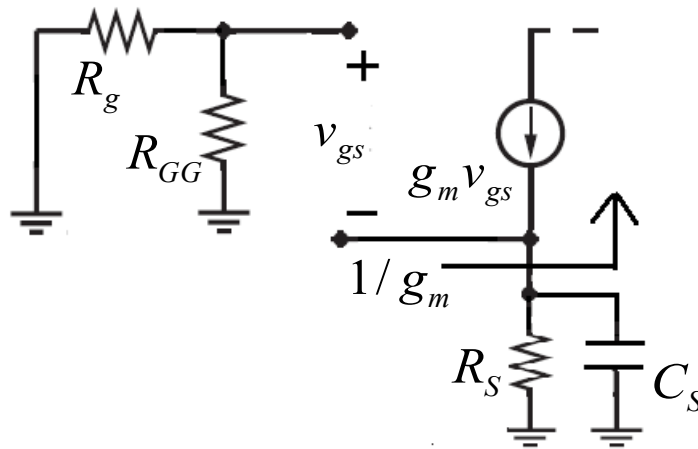
$$\Rightarrow \omega_{z1} = 0$$

- **Condensador C_2 :** La situación es análoga al caso anterior:

$$\omega_{p1} = \frac{1}{(R_D + R_L)C_2}$$

$$\omega_{z2} = 0$$

- Condensador C_S :



$$R_{C_S} = R_S // 1/g_m$$

$$\Rightarrow \omega_{ps} = \frac{1}{(R_S // 1/g_m)C_S}$$

Por otra parte, cuando la impedancia en la fuente sea infinita (admitancia nula), el transistor estará cortado porque no habrá corriente de drenador, por lo que $v_o=0$.

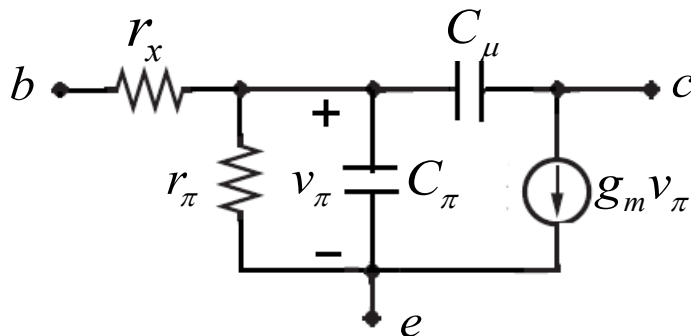
$$C_S s + \frac{1}{R_S} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad s = -\frac{1}{R_S C_S} \quad \Rightarrow \quad \omega_{zs} = \frac{1}{R_S C_S} \quad \text{Notar que: } \omega_{zs} < \omega_{ps}$$

- Frecuencia de corte inferior:

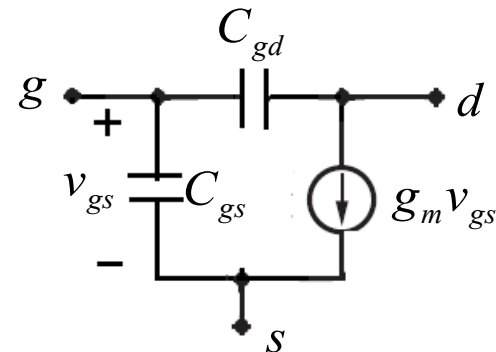
$$\omega_L \approx \omega_{p1} + \omega_{p2} + \omega_{ps} = \frac{1}{(R_g + R_{GG})C_1} + \frac{1}{(R_D + R_L)C_2} + \frac{1}{(R_S // 1/g_m)C_S}$$

2. Respuesta en alta frecuencia

En los transistores se acumula **carga** que es función de la tensión en sus terminales y que limita la velocidad de respuesta (cuando las señales varían rápidamente) y la ganancia en alta frecuencia. Esto se modela mediante condensadores en el circuito equivalente de pequeña señal.



Modelo híbrido en π del BJT

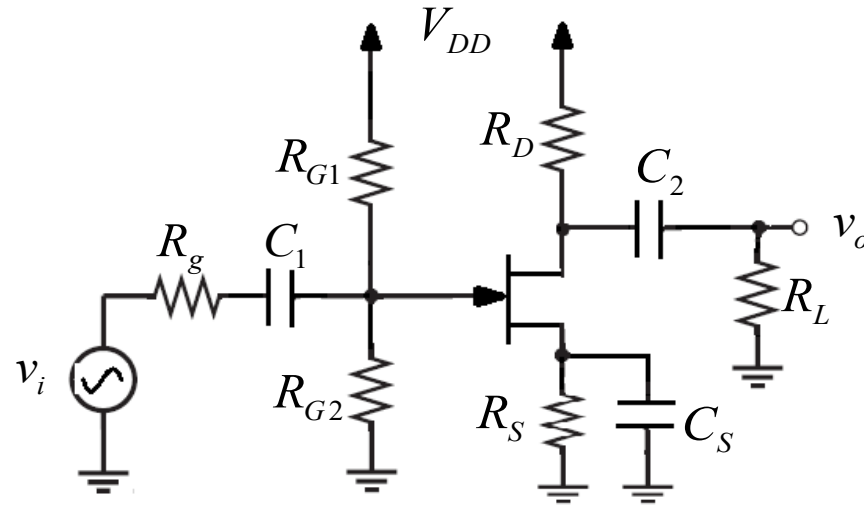


Modelo transistores FET

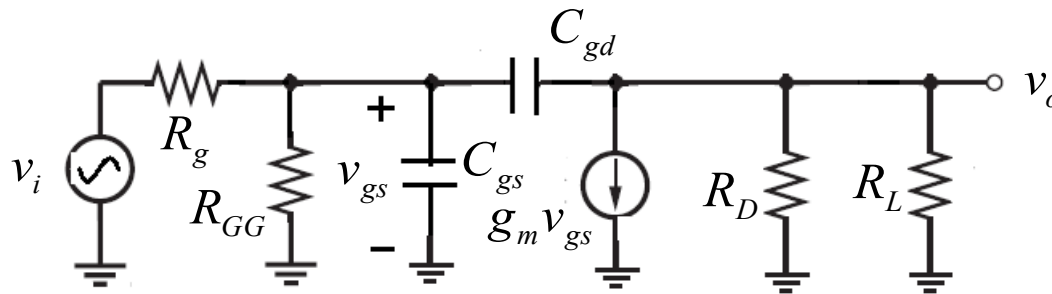
Los condensadores tienen capacidades pequeñas (normalmente del orden de picofaradios) y pueden considerarse circuitos abiertos a frecuencias bajas y medias.

$r_x < 100 \, \Omega$ Sólo tiene efecto a alta frecuencia.

Consideremos el circuito ejemplo:

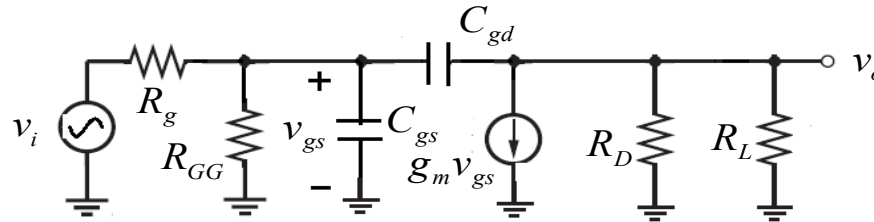


Circuito en pequeña señal en **alta frecuencia**:



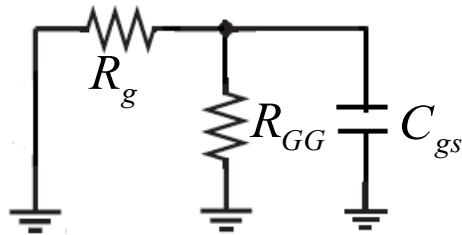
$$R_{GG} = R_{G1} // R_{G2}$$

Circuito en pequeña señal en **alta frecuencia**



$$R_{GG} = R_{G1} // R_{G2}$$

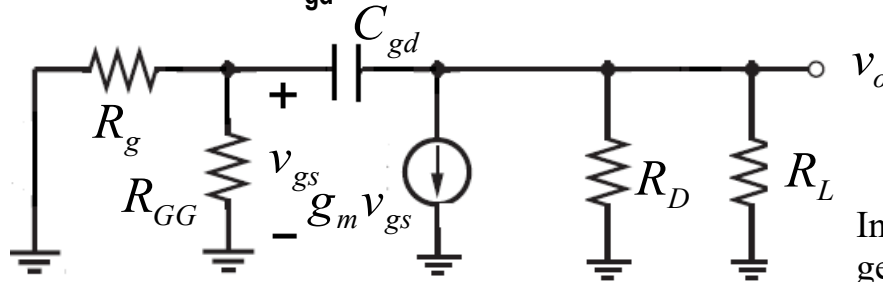
- **Condensador C_{gs}**
(el resto de condensadores son abiertos)



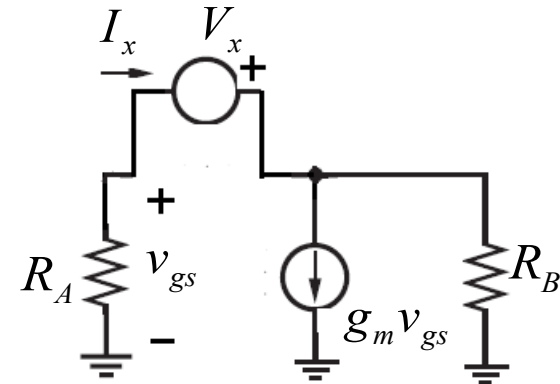
Por inspección, la resistencia que ve C_{gs} es: $R_{C_{gs}} = R_g // R_{GG}$

$$\Rightarrow \omega_{p1} = \frac{1}{(R_g // R_{GG})C_{gs}}$$

- Condensador C_{gd} :



Incluyo un
generador para
calcular la
resistencia vista
por el condensador



$$R_A = R_g // R_{GG}$$

$$R_B = R_D // R_L$$

$$v_{gs} = -I_x R_A$$

$$-I_x + g_m v_{gs} + \frac{v_{gs} + V_x}{R_B} = 0$$

$$\Rightarrow -I_x - g_m I_x R_A + \frac{-I_x R_A + V_x}{R_B} = 0$$

$$\Rightarrow I_x \left(1 + g_m R_A + \frac{R_A}{R_B} \right) = \frac{V_x}{R_B}$$

$$R_{C_{gd}} = \frac{V_x}{I_x} = R_A + R_B + g_m R_A R_B$$

$$\Rightarrow \omega_{p2} = \frac{1}{(R_A + R_B + g_m R_A R_B) C_{gd}}$$

- Frecuencia de corte superior:

$$\Rightarrow \omega_{p1} = \frac{1}{(R_g // R_{GG})C_{gs}}$$

$$\Rightarrow \omega_{p2} = \frac{1}{(R_A + R_B + g_m R_A R_B)C_{gd}}$$

$$\omega_H \approx \frac{1}{1/\omega_{p1} + 1/\omega_{p2}} = \frac{1}{(R_g // R_{GG})C_{gs} + (R_A + R_B + g_m R_A R_B)C_{gd}}$$

- 1. Introducción. Aspectos básicos**
- 2. Propiedades de la realimentación negativa**
- 3. Estudio de las diferentes topologías. Análisis exacto**
- 4. Análisis por el método aproximado**
- 5. Respuesta en frecuencia de circuitos**
- 6. Estabilidad de circuitos realimentados**

El problema de la estabilidad

- Hasta ahora hemos considerado que las redes A y β no dependían de la frecuencia.
 - Estábamos considerando implícitamente que estábamos trabajando a frecuencias medias.
- En la práctica la función de transferencia del circuito realimentado variará en módulo y fase con la **frecuencia**.
 - Esto puede hacer que **a ciertas frecuencias el sistema pueda ser inestable**.

Si se da el caso que existe una frecuencia para la que la ganancia de lazo $T=A\beta$ tome un valor de -1 (fase de 180°), podrían aparecer oscilaciones (si $T=-1$ entonces $G=\infty$).

- Es necesario disponer técnicas que nos permitan conocer las condiciones que hacen que el sistema sea inestable y, en su caso, **compensar dicha inestabilidad**.

El problema de la estabilidad

Para nuestro estudio de la estabilidad de los circuitos consideraremos las siguientes **suposiciones**:

- La red β **no depende de la frecuencia** (caso habitual en amplificadores, no así en osciladores, que se estudiarán en el siguiente tema).
- La red A **tiene polos reales y no tiene ceros** (todos los ceros estarán en el infinito).
- A **baja frecuencia**, la red tendrá una ganancia dada por A_o .

La ganancia del circuito realimentado será:

$$G(s) = \frac{A(s)}{1 + A(s)\beta}$$

Caso de un solo polo

Consideramos que la red A tiene una función de transferencia dada por:

$$A(s) = \frac{A_o}{1 - \frac{s}{s_a}} \quad s_a \text{ debe tomar un valor negativo para que la red sea estable}$$

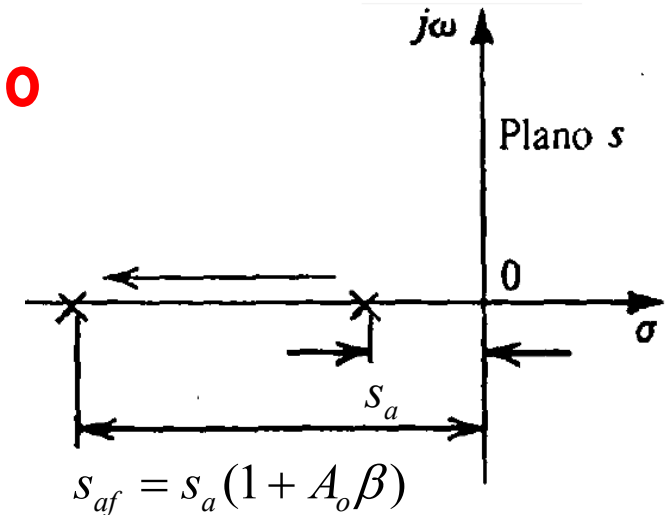
La función de transferencia del circuito realimentado será:

$$G(s) = \frac{A(s)}{1 + A(s)\beta} = \frac{\frac{A_o}{1 - \frac{s}{s_a}}}{1 + \frac{A_o}{1 - \frac{s}{s_a}}\beta} = \frac{A_o}{1 - \frac{s}{s_a} + A_o\beta} = \frac{A_o / (1 + A_o\beta)}{1 - s / s_a (1 + A_o\beta)} = \frac{A_{of}}{1 - \frac{s}{s_{af}}}$$

donde: $A_{of} = \frac{A_o}{1 + A_o\beta}, \quad s_{af} = s_a (1 + A_o\beta)$

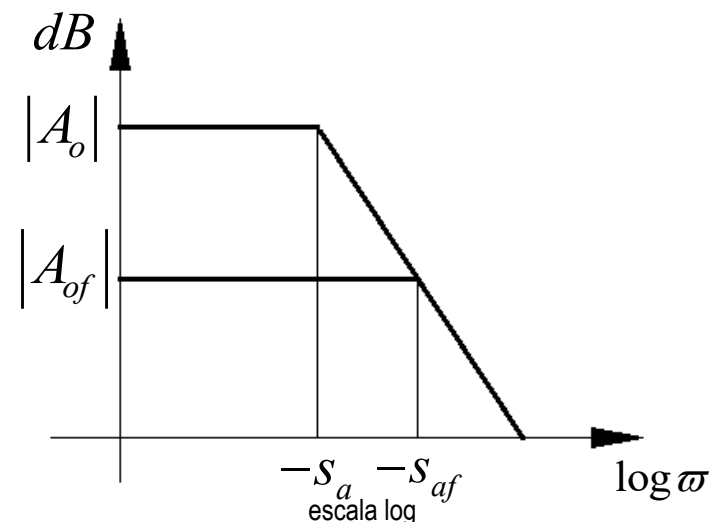
Caso de un solo polo

El amplificador realimentado siempre es estable al estar su único polo siempre en el semiplano s negativo.



Además, se mantiene constante el producto ganancia-ancho de banda, ya que:

$$A_{of} \cdot s_{af} = \frac{A_o}{1 + A_o \beta} s_a (1 + A_o \beta) = A_o \cdot s_a$$



Caso de dos polos

$$A(s) = \frac{A_o}{\left(1 - \frac{s}{s_1}\right)\left(1 - \frac{s}{s_2}\right)} = \frac{A_o}{\left(1 + \frac{s}{\varpi_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\varpi_2}\right)} \quad s_1 = -\varpi_1, s_2 = -\varpi_2$$

La función de transferencia del circuito realimentado será:

$$G(s) = \frac{A(s)}{1 + A(s)\beta} = \frac{A_{of}}{\left(\frac{s}{\varpi_o}\right)^2 + \frac{s}{Q\varpi_o} + 1} \quad A_{of} = \frac{A_o}{1 + A_o\beta}$$

$$\varpi_o = \sqrt{\varpi_1\varpi_2(1 + A_o\beta)} \quad \text{Frecuencia de resonancia}$$

$$Q = \frac{\varpi_o}{\varpi_1 + \varpi_2} \quad \text{Factor de selectividad o calidad}$$

$$k = \frac{1}{2Q} \quad \text{Factor de amortiguamiento}$$

Caso de dos polos

Los polos de $G(s)$, que notamos como s_{1f} y s_{2f} , serán:

$$\frac{s}{\varpi_o} = -\frac{1}{2Q} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4} \quad \text{o bien:} \quad s_{1f}, s_{2f} = -\frac{\varpi_1 + \varpi_2}{2} \pm \frac{\varpi_1 + \varpi_2}{2} \sqrt{1 - 4Q^2}$$

- Cuando no hay realimentación (es decir, $A_o\beta=0$), se tiene que $s_{1f} = s_1, s_{2f} = s_2$

Además, Q (factor de calidad) tomará su valor mínimo, que será: $Q_{\min} = \sqrt{\varpi_1\varpi_2} / (\varpi_1 + \varpi_2)$

- Conforme aumenta $A_o\beta$ aumentará también Q y s_{1f} y s_{2f} se desplazan por el eje real, acercándose, hasta alcanzar el valor $Q=0,5$. En ese caso:

$$s_{1f} = s_{2f} = -\frac{\varpi_1 + \varpi_2}{2}$$

- Si $Q > 0,5$ los polos se convierten en complejos conjugados con parte real constante:

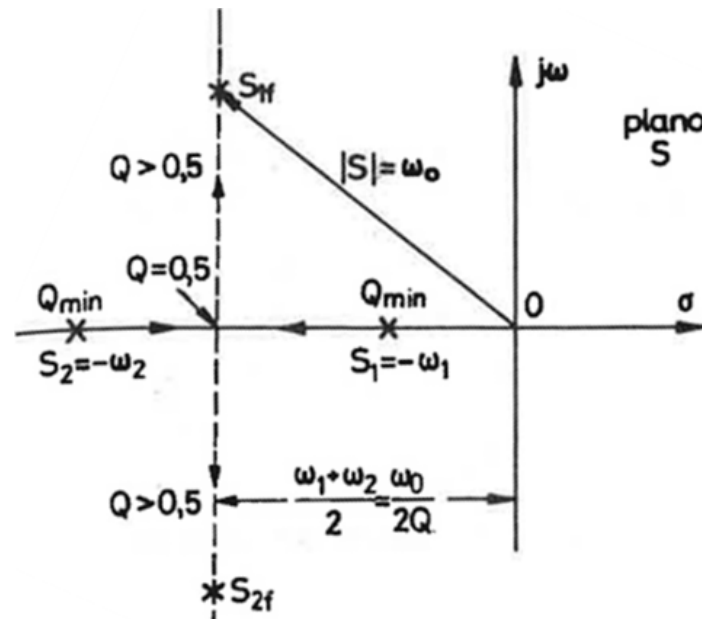
$$s_{1f}, s_{2f} = \frac{\varpi_1 + \varpi_2}{2} \left(1 \pm j\sqrt{4Q^2 - 1} \right)$$

Es fácil comprobar que: $|s_{1f}| = |s_{2f}| = \varpi_o$

Caso de dos polos

Al estar los polos siempre en el semiplano izquierdo, **los sistemas de dos polos son siempre estables para cualquier cantidad de realimentación.**

Téngase en cuenta que el máximo desfase que introduce cada polo es de 90° (que se alcanza para frecuencia infinita). Por tanto, un sistema de dos polos no podrá llegar a un desfase de 180° (que haría que $A_o\beta$ tomara un valor real negativo)



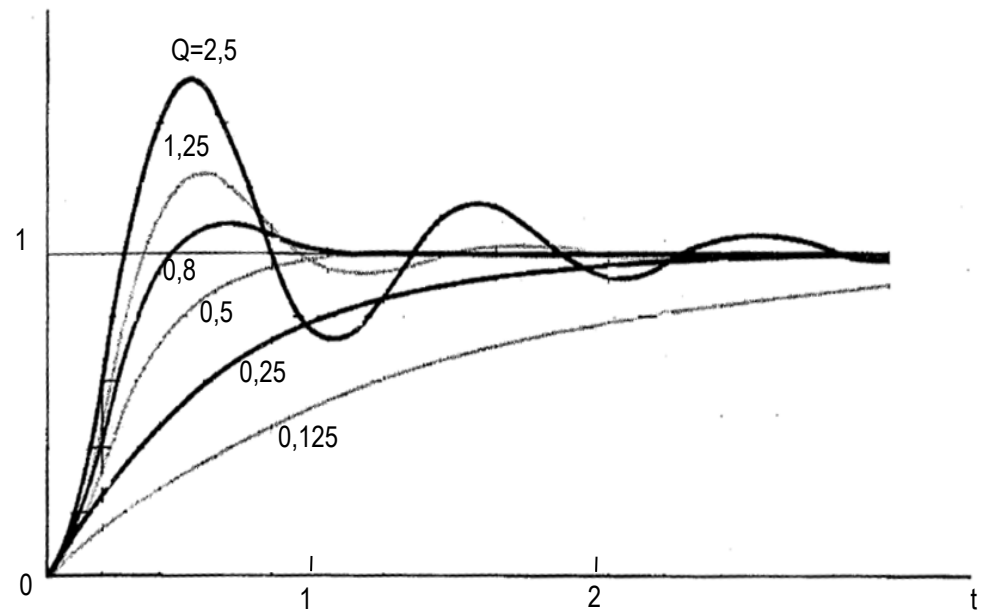
Caso de dos polos

Sin embargo, si hay demasiada realimentación (es decir, $A_o\beta$ elevado, y por tanto también Q elevado) aparecerán:

- Oscilaciones amortiguadas en la respuesta a una señal escalón
- Picos en la respuesta en frecuencia

La respuesta al escalón se obtiene haciendo la transformada inversa de Laplace de

$$\frac{1}{s \left[\left(\frac{s}{\omega_o} \right)^2 + \frac{s}{Q\omega_o} + 1 \right]}$$



Caso de dos polos

El módulo de la ganancia del circuito realimentado en función de la frecuencia será:

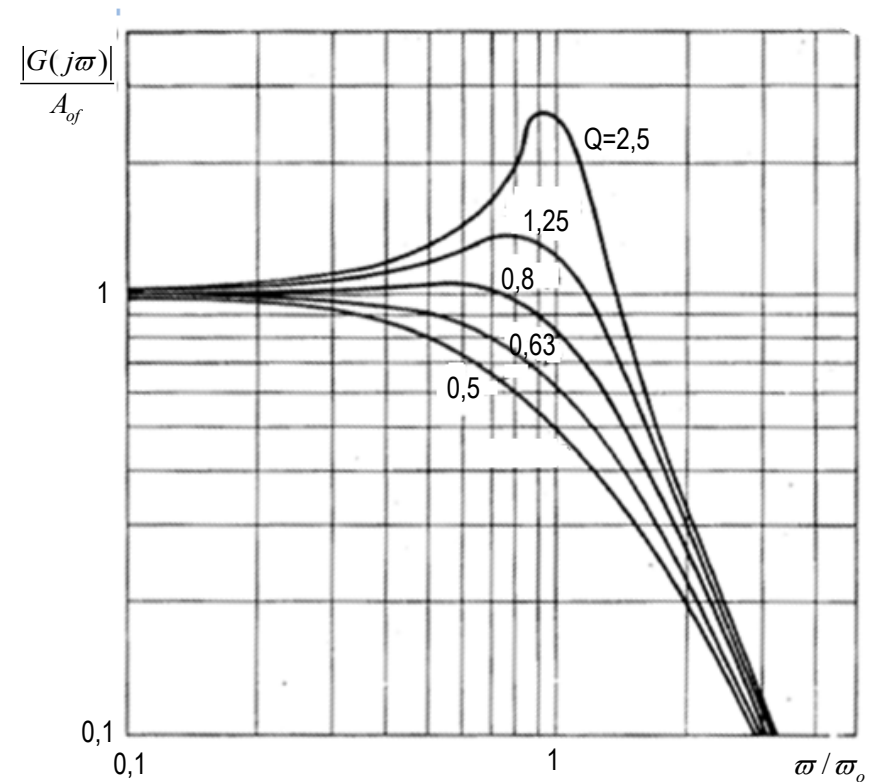
$$|G(j\omega)| = \frac{A_{of}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{\omega}{Q\omega_o}\right)^2}}$$

Derivando esta expresión e igualando a 0 se obtiene que tiene un máximo para:

$$\omega = \omega_o \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

Si $Q < \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$ entonces no hay pico

El valor del máximo es: $|G(j\omega)|_{\max} = \frac{QA_{of}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$



Caso de tres (o más) polos

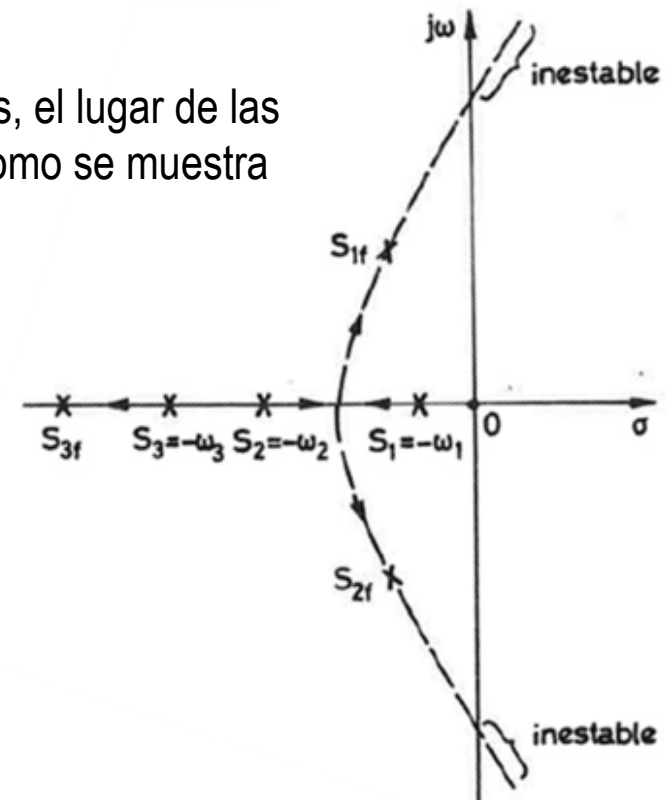
En este caso, **si la realimentación es lo suficientemente grande** habrá polos en el semiplano derecho del plano s , haciendo que **el sistema sea inestable**.

- Este comportamiento es esperado, ya que un amplificador con tres polos tiene un desfase que llega a -270° a medida que la frecuencia tiende a infinito.

Partiendo de que el amplificador básico tiene tres polos reales, el lugar de las raíces a medida que aumenta la realimentación evoluciona como se muestra en la figura.

Una situación análoga ocurre cuando el sistema tiene más de tres polos.

Es deseable tener una realimentación elevada para aumentar la desensibilización, pero no tanto para que el circuito se vuelva inestable, o que las respuestas en frecuencia y transitoria no sean aceptables.



Criterios de estabilidad

Un **sistema es estable** si ante una cierta perturbación transitoria el sistema reacciona de modo que se atenúe dicha perturbación.

La estabilidad puede estudiarse mediante el lugar geométrico de las **raíces** (situación de los polos en el plano s) o mediante el diagrama de Nyquist o el diagrama de Bode.

Ganancia del circuito realimentado
$$G(s) = \frac{A(s)}{1 + A(s)\beta}$$

Si la ganancia de lazo verifica
$$T(s) = A(s)\beta = -1$$

Entonces la ganancia del circuito realimentado será infinita, es decir, existirá salida sin necesidad de que haya entrada. Esto es precisamente lo que ocurre en un oscilador.

Esta condición se puede estudiar:

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{Re}[A\beta] = -1 \\ \operatorname{Im}[A\beta] = 0 \end{array} \right\} \text{Nyquist}$$

$$\left. \begin{array}{l} |A\beta| = 1 \\ \angle A\beta = -180^\circ \end{array} \right\} \text{Bode}$$

Interpretación física

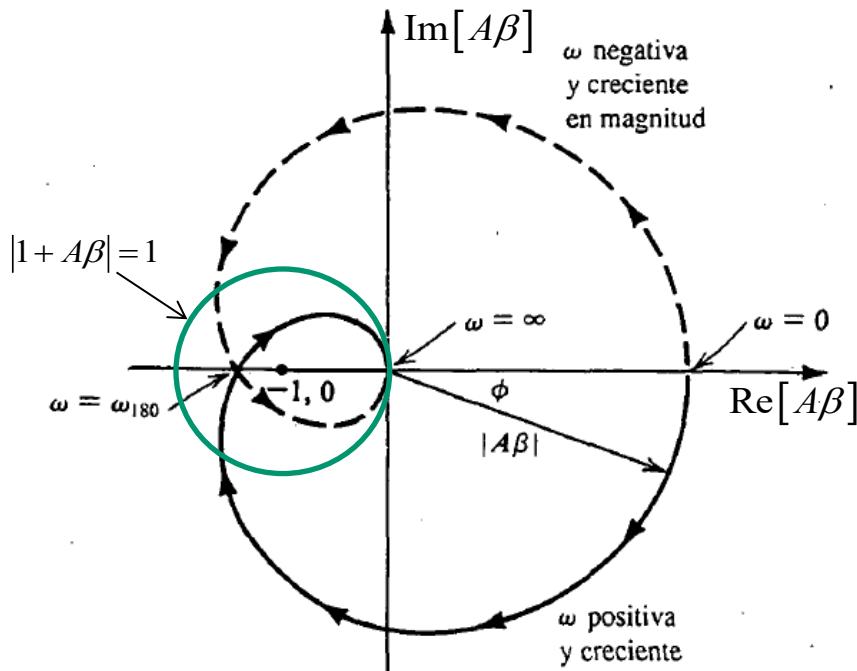
Los circuitos están afectados por perturbaciones debidas al **ruido**. Estas señales ruidosas suelen contener una amplia gama de frecuencias.

Si aparece una componente X_o ruidosa de una frecuencia ω_{180} para la que se verifica que $\angle A\beta = \pm 180^\circ$ (es decir, $A\beta$ toma un valor real negativo), al pasar por el lazo de realimentación la señal se convierte en $-A\beta X_o$. Se dan 3 casos:

- Si $|A(j\omega_{180})\beta| < 1$ la señal se **atenuará** al pasar por el lazo de realimentación tendiendo, por tanto, a desaparecer.
- Si $|A(j\omega_{180})\beta| = 1$, la señal se mantiene en el circuito al pasar por el lazo de realimentación, originando la presencia de una **oscilación estable** a esa frecuencia.
- Si $|A(j\omega_{180})\beta| > 1$ la señal **crecerá** al pasar por el lazo de realimentación y se tendrá una oscilación cuya amplitud crecerá, en teoría, indefinidamente. En la práctica los dispositivos activos entrarán en zona no lineal disminuyendo la ganancia del amplificador hasta alcanzar $|A\beta|=1$, en cuyo punto se tendrán oscilaciones sostenidas.

Diagrama de Nyquist

El diagrama de Nyquist es la representación polar de $A(j\omega)\beta$, donde ω actúa como parámetro.



Dentro del círculo definido por $|1+A\beta|=1$, la realimentación es positiva, ya que se tiene $|1+A\beta|<1$. Por tanto:

$$|G| = \frac{|A|}{|1+A\beta|} > |A|$$

En cualquier función de transferencia de una red física, $|A\beta|$ es una función par y la fase $\angle A\beta$ es impar. Por tanto el diagrama para frecuencias negativas es la imagen especular, respecto del eje x, del correspondiente para frecuencias positivas.

El circuito será inestable si $|A(j\omega_{180})\beta| > 1$, por tanto, el circuito será inestable si rodea al punto $(-1,0)$. Si aumenta $A\beta$ el diagrama de Nyquist se expande, si disminuye $A\beta$ el diagrama se contrae. El valor crítico de $A\beta$ es aquel que hace que el diagrama de Nyquist corte al semieje negativo x por debajo del punto $(-1,0)$.

Diagrama de Bode

Si $|A\beta| < 1$ cuando $\angle A\beta = -180^\circ$ el sistema será estable

ω_G : Pulsación angular de cruce de ganancia.



Frecuencia angular para la que
 $|T(j\omega_G)| = |A(j\omega_G)\beta| = 1 \quad (0 \text{ dB})$

ω_P ($0 < \omega_P < \infty$) Pulsación angular de cruce de fase.



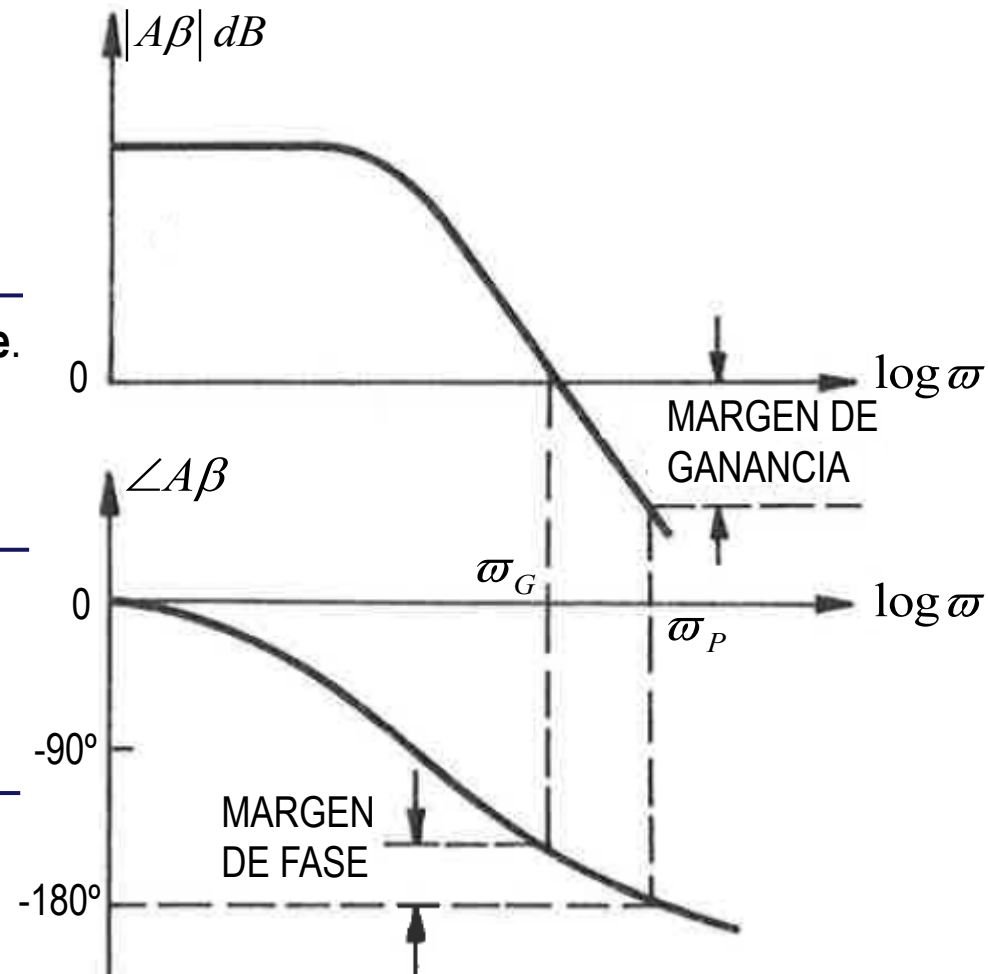
Frecuencia angular para la que
 $\angle T(j\omega_P) = -180^\circ$

Margen de ganancia: Expresa cuánto puede aumentar la ganancia de lazo sin que el sistema se vuelva inestable.

$$MG = -T(j\omega_P) \quad (dB)$$

Margen de fase: $\phi_M = \angle T(j\omega_G) + 180^\circ$

Para tener buena estabilidad se requiere; $MG > 10 \text{ dB}$, $\phi_M > 50^\circ$

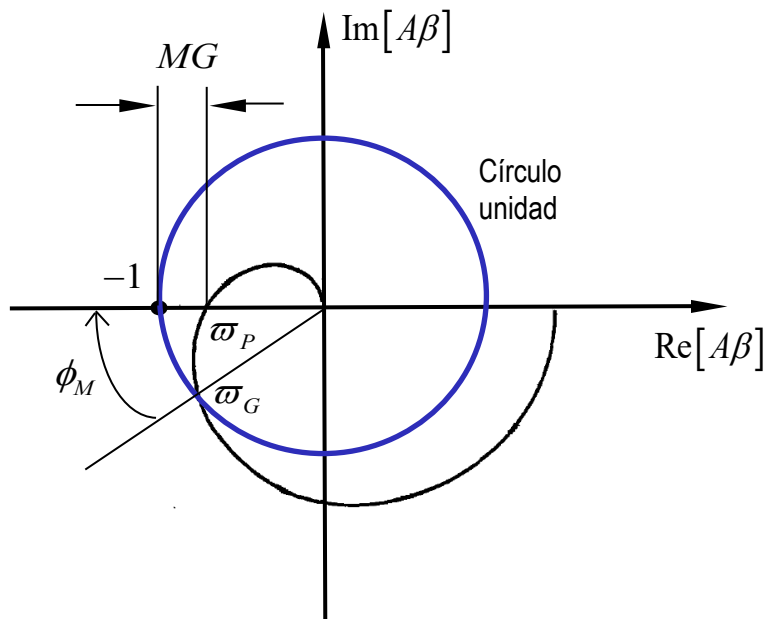


Margen de ganancia y margen de fase

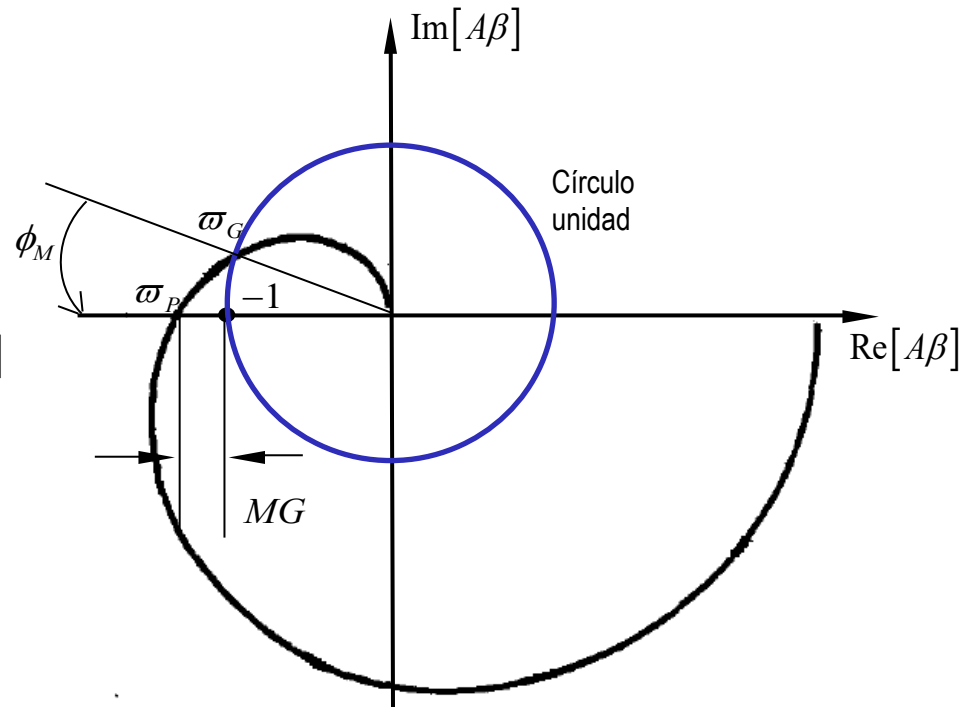
$$|T(j\omega_G)| = |A(j\omega_G)\beta| = 1 \quad (0 \text{ dB})$$

$$\angle T(j\omega_P) = -180^\circ$$

Sistema estable



Sistema inestable



Efecto del margen de fase sobre la ganancia

Supongamos un amplificador con un margen de fase: $\phi_M = 45^\circ \Rightarrow \angle T(j\omega_G) = -135^\circ$

$$|T(j\omega_G)| = 1 = |A(j\omega_G)\beta| \Rightarrow |A(j\omega_G)| = \frac{1}{\beta} \quad (\text{Suponemos } \beta > 0)$$

Por tanto,

$$G(j\omega_G) = \frac{A(j\omega_G)}{1 + T(j\omega_G)} = \frac{A(j\omega_G)}{1 + e^{-j135^\circ}} = \frac{A(j\omega_G)}{0,3 - 0,7j}$$

$$|G(j\omega_G)| = \frac{|A(j\omega_G)|}{0,76} = 1,3 |A(j\omega_G)| = 1,3 \frac{1}{\beta}$$

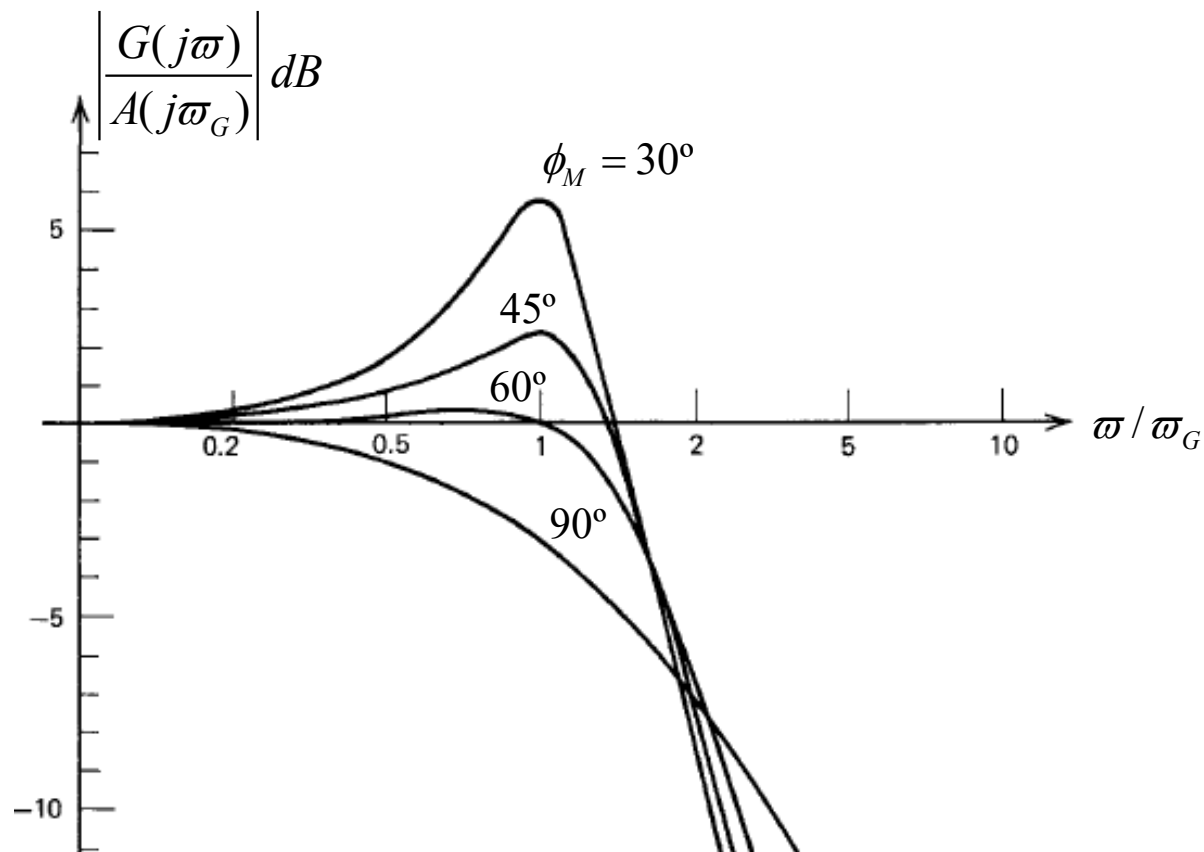
Es decir, en la ganancia $|G(j\omega)|$ del circuito realimentado aparece un pico de $20 \log 1,3 = 2,4 \text{ dB}$ respecto de la ganancia $|A(j\omega)|$ del circuito sin realimentar para la frecuencia ω_G ,

Del mismo modo se obtiene:

$$\phi_M = 60^\circ \Rightarrow |G(j\omega_G)| = |A(j\omega_G)| \quad (\text{No hay pico})$$

$$\phi_M = 90^\circ \Rightarrow |G(j\omega_G)| = 0,7 |A(j\omega_G)| \quad (\text{Ganancia del circuito realimentado inferior en } \omega_G)$$

Efecto del margen de fase sobre la ganancia



Compensación

La idea general de la compensación es la de reajustar las curvas de para que se verifique:

$$|A\beta| < 1 \text{ cuando } \angle A\beta = -180^\circ$$

Hay tres métodos generales para conseguir este objetivo:

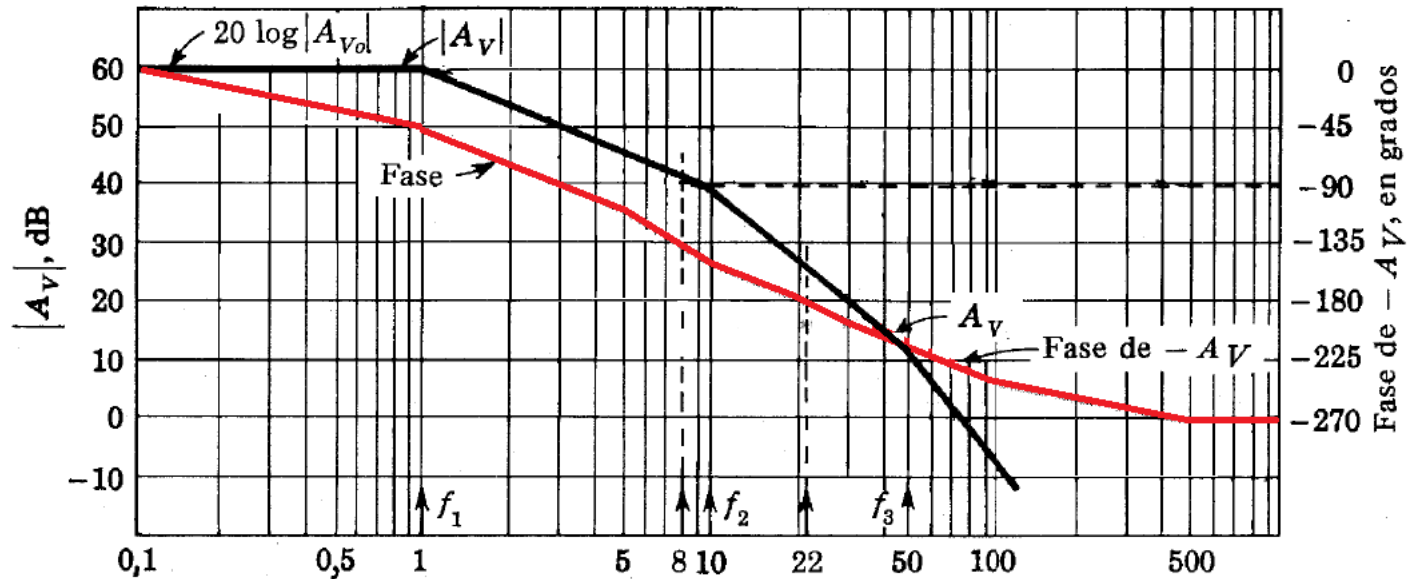
- **Compensación por polo dominante** (retardo de fase): Este método introduce un polo extra en la función de transferencia del amplificador de una frecuencia inferior (al menos una década) a la de los polos existentes, lo cual da lugar a un retardo de fase en el amplificador.
- **Compensación por adelanto de fase:** El amplificador o la red de realimentación se modifica de tal manera que añada un cero a la función de transferencia; por tanto, aumenta la fase.
- **Compensación por adelanto y retardo de fase:** Esta técnica añade un polo (retraso de fase) y un cero (adelanto). El cero se elige para que anule al polo menor.

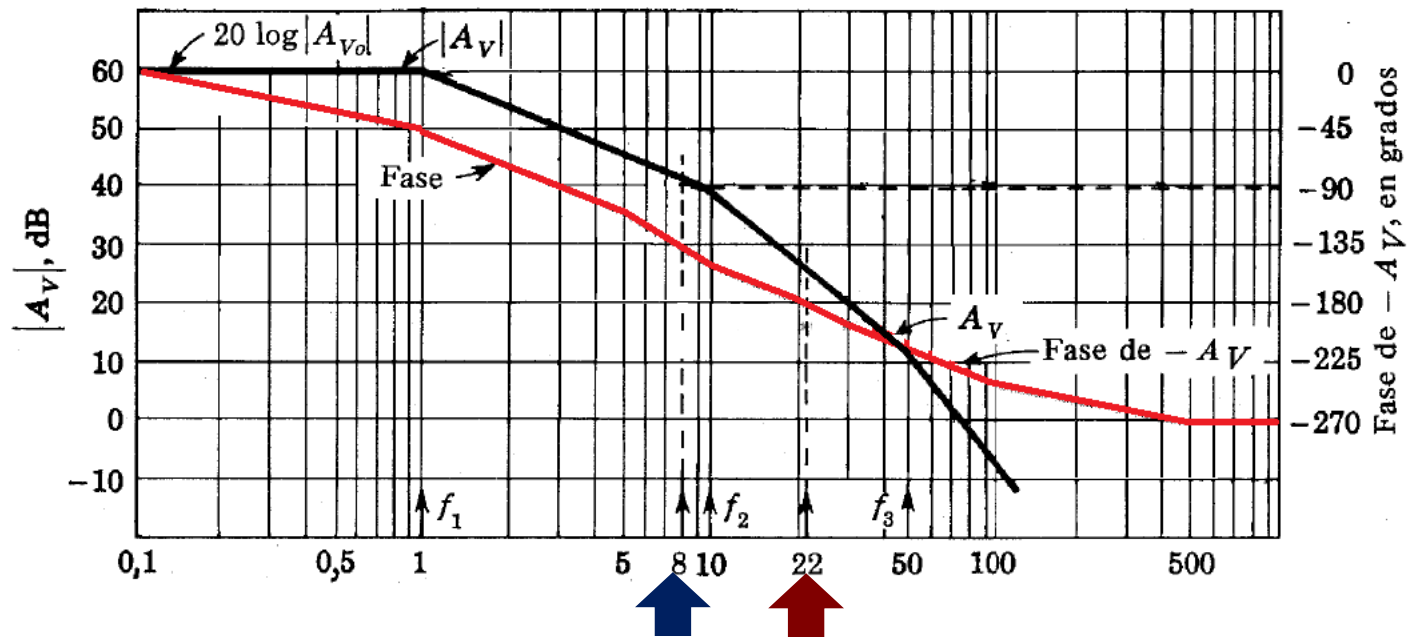
Compensación

Veamos un ejemplo. Consideremos un amplificador de tres polos con función de transferencia:

$$A_V = \frac{-10^3}{\left(1 + j \frac{f}{1}\right) \left(1 + j \frac{f}{10}\right) \left(1 + j \frac{f}{50}\right)}$$

Donde f viene dado en MHz





El amplificador se realimenta con una red de realimentación que suponemos independiente de la frecuencia. β deberá ser menor que 1 (es decir, negativa en dB) para que la realimentación sea negativa.

El amplificador oscilará si se verifica: $|A_V \beta| = 1 \Leftrightarrow \left| \frac{1}{\beta} \right| = |A_V| \Leftrightarrow |\beta|_{dB} = -|A_V|_{dB}$ para $\angle -A_V = 180^\circ$

Por tanto el amplificador oscilará si $\left| \frac{1}{\beta} \right| = |A_V| = 26 \text{ dB}$ para $f = 22 \text{ MHz} \Rightarrow \beta < -26 \text{ dB}$ para sistema estable

Si se requiere un margen de fase de 45° : $\left| \frac{1}{\beta} \right| = |A_V| = 42 \text{ dB}$ para $f = 8 \text{ MHz}$

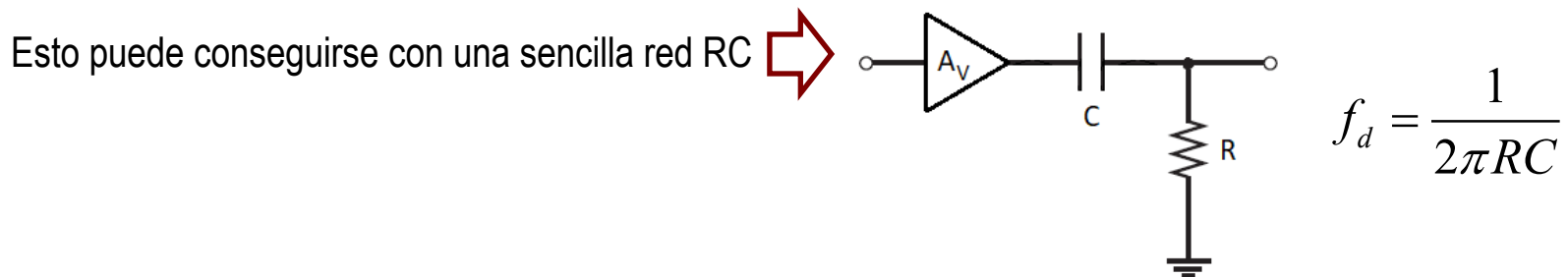
En este caso el valor máximo de la ganancia de lazo será: $20 \log |A_{V_o} \beta| = 20 \log |A_{V_o}| - 20 \log \left| \frac{1}{\beta} \right| = 60 - 42 = 18 \text{ dB}$

Compensación por polo dominante

El amplificador se modifica introduciendo un polo dominante, es decir, un **polo mucho menor** en magnitud que cualquiera de los otros polos de la función de transferencia.

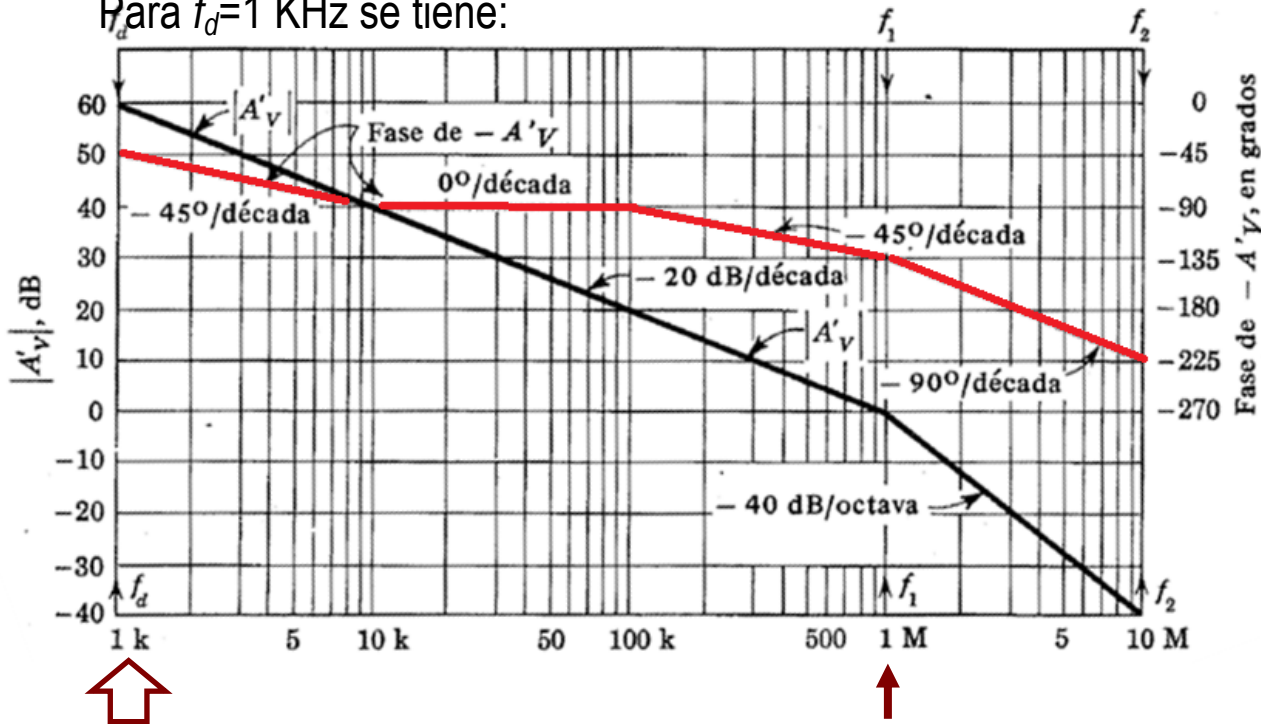
$$A_v = \frac{-10^3}{\left(1 + j\frac{f}{1}\right)\left(1 + j\frac{f}{10}\right)\left(1 + j\frac{f}{50}\right)} \quad \Rightarrow \quad A'_v = A_v \frac{1}{\left(1 + j\frac{f}{f_d}\right)}$$

En nuestro ejemplo tendríamos que: $f_d \ll 1\text{MHz}$



Compensación por polo dominante

Para $f_d = 1$ KHz se tiene:



Si se requiere un margen de fase de 45° :

$$\left| \frac{1}{\beta} \right| = |A_v| = 0 \text{ dB} \quad \text{para } f = 1 \text{ MHz}$$

$$|A_v \beta|_{\max} = 60 \text{ dB}$$

Aumenta mucho la desensibilización, pero el ancho de banda decrece también mucho

Compensación por adelanto de fase

Introducimos **un cero para cancelar el segundo polo del amplificador**, de modo que su primer polo se convierta en dominante. De este modo tratamos de evitar la pérdida de ancho de banda del caso anteriormente estudiado.

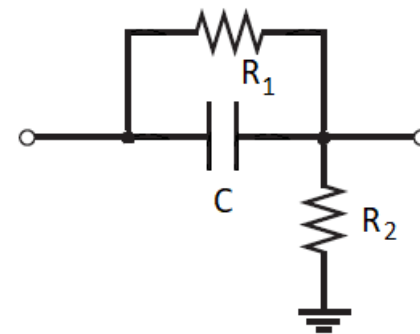
$$A_v = \frac{-10^3}{\left(1 + j\frac{f}{1}\right)\left(1 + j\frac{f}{10}\right)\left(1 + j\frac{f}{50}\right)}$$

La siguiente red introduce el cero deseado, pero también introduce un polo, que situaremos a una frecuencia mucho mayor que el mayor polo del amplificador.

$$A''_v = A_v \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1 + jf / f_o}{1 + jf / f_p}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi R_1 C}$$

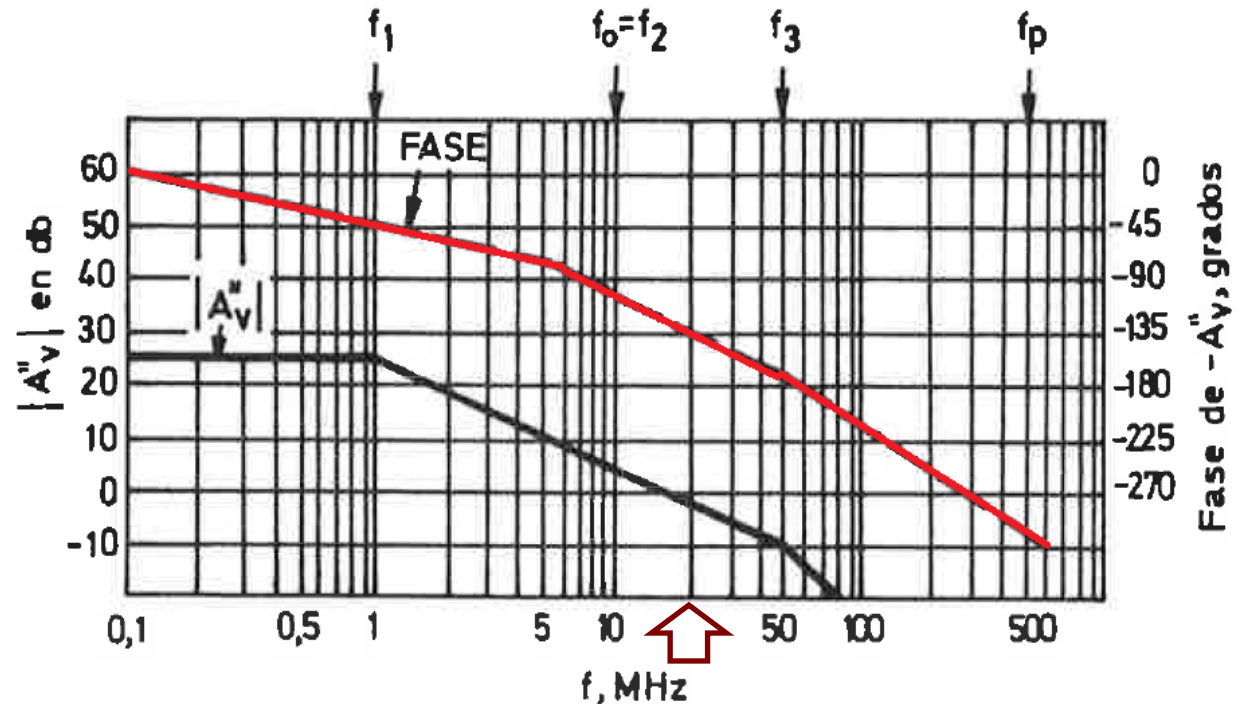
$$f_p = \frac{1}{2\pi (R_1 // R_2) C}$$



En el ejemplo $f_o = 10$ MHz y $f_p = 500$ MHz

Compensación por adelanto de fase

Para $f_o = 10 \text{ MHz}$ y $f_p = 500 \text{ MHz}$



Se tiene una pérdida de ganancia en baja frecuencia en un factor:

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{f_o}{f_p} = \frac{10}{500} = 2 \cdot 10^{-2}$$

$$|A_{v_o}''| = 10^3 \times 2 \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10 \quad (26 \text{ dB})$$

Si se requiere un margen de fase de 45° :

$$\left| \frac{1}{\beta} \right| = |A_v| = -2 \text{ dB} \quad \text{para } f \approx 20 \text{ MHz}$$

$$|A_v \beta|_{\max} = 26 - (-2) = 28 \text{ dB}$$

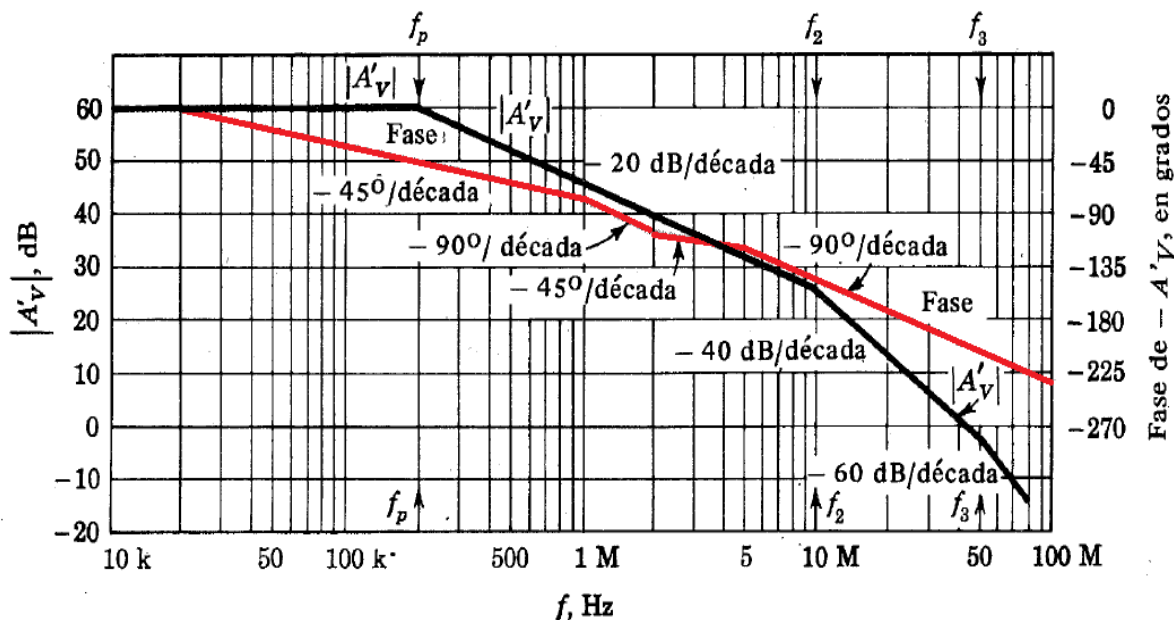
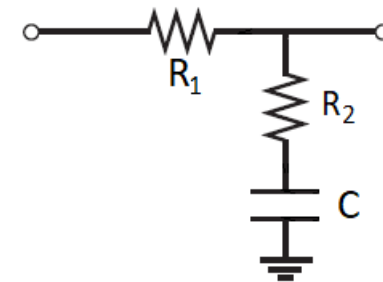
Compensación polo-cero

Tratamos de paliar la atenuación anterior. Para eso introducimos un polo y un cero de mayor frecuencia que el polo introducido. Con el cero cancelamos el primer polo del amplificador.

$$f_o = \frac{1}{2\pi R_2 C}$$

$$A'''_V = A_V \frac{1 + jf / f_o}{1 + jf / f_p}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi(R_1 + R_2)C}$$



$$A_V = \frac{-10^3}{\left(1 + j\frac{f}{1}\right)\left(1 + j\frac{f}{10}\right)\left(1 + j\frac{f}{50}\right)}$$

$$f_p = 0,2 \text{ MHz y } f_o = 1 \text{ MHz}$$

Si se requiere un margen de fase de 45°:

$$|A_V \beta|_{\max} \approx 30 \text{ dB}$$

Comparación de la compensación

